

# Механічні коливання та їх характеристики

1. Механічні коливання – це рухи, які точно або приблизно повторюються через певні інтервали часу.

Вільні механічні коливання – це коливання, що відбуваються під дією внутрішніх сил коливальної системи, якщо вона була виведена з стану рівноваги і залишена сама на себе.

Вільні механічні коливання можуть відбуватися за таких умов:

а) тертя в системі не надто велике;

б) при виведенні системи (тіла) з положення рівноваги, виникає сила, напрямлена до положення рівноваги.

Вимушені механічні коливання – це коливання, які виникають під дією зовнішніх сил, що періодично змінюються.

Гармонічні коливання – це періодичні зміни фізичної величини з часом, що відбувається відповідно до закону  $\sin$  чи  $\cos$ .

2. Характеристики механічних коливань: період, частота, циклічна частота, амплітуда, фази коливань.

Період коливань ( $T$ ) – це час, через який рух тіла повністю повторюється (здійснюється одне повне коливання). Вимірюється в секундах.

Частота коливань ( $\nu$ ) – це кількість повних коливань, які здійснюються за одиницю часу. Вимірюється в Герцах.

Циклічна частота ( $\omega$ ) – це кількість повних коливань, які здійснюються за  $2\pi$  секунд. Вимірюється в  $\frac{рад}{с}$

Амплітуда коливань – це модуль найбільшого значення величини, що змінюється.

$$T = \frac{1}{\nu} \text{ - період (через частоту)}$$

$$\nu = \frac{1}{T} \text{ - частота (через період)}$$

$$\omega = 2\pi\nu \text{ - циклічна частота (через частоту)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ - циклічна частота (через період)}$$

3. Рівняння гармонічних коливань виражає залежність від часу фізичної величини, що змінюється. Їх загальний вигляд такий:

Рівняння гармонічних коливань:

$$\boxed{x = x_m \sin \omega t} \text{ - для зміщення}$$

$$\boxed{v = v_m \sin \omega t} \text{ - для швидкості}$$

$$\boxed{a = a_m \sin \omega t} \text{ - для прискорення}$$

$x_m, v_m, a_m$  - амплітуди зміщення, швидкості і прискорення

$t$  - час (с)

$\omega$  - циклічна частота

$x, v, a$  - миттєві значення зміщення, швидкості і прискорення

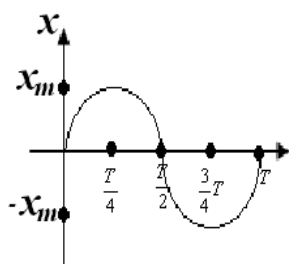
Загальний вигляд гармонічних рівнянь:

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$\varphi = \omega t + \varphi_0$  - **фаза коливань** - це величина, яка визначає положення тіла в будь-який момент часу.

$\varphi_0$  - початкова фаза, значення якої залежить від вибору початку відліку часу.

#### 4. Графік гармонічних коливань.



Задача: Дано рівняння зміщення  $x = x_m \sin \omega t$

Знайти рівняння зміни швидкості:

$$v = x' = (x_m \sin \omega t)' = x_m \cos \omega t \cdot (\omega t)' = x_m \omega \cdot \cos \omega t$$

$$\underline{v_m = x_m \omega} \text{ - амплітуда швидкості}$$

$$\underline{v = v_m \cos \omega t} \text{ - рівняння зміни швидкості}$$

Знайти рівняння зміни прискорення:

$$a = x'' = v' = (v_m \cos \omega t)' = v_m (-\sin \omega t) \cdot (\omega t)' = -v_m \omega \cdot \sin \omega t$$

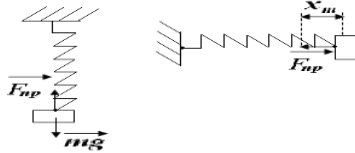
$$\underline{a_m = -v_m \omega} \text{ - амплітуда прискорення}$$

$$\underline{a = a_m \sin \omega t} \text{ - рівняння зміни прискорення}$$

# Пружинний і математичний маятники

1. Рівняння руху тіла, яке коливається під дією сили пружності.

Вертикальний пружинний маятник – це тіло масою  $m$ , яке підвішене до вертикально розміщеної закріпленої пружини.



Коливання тіла на пружині відбувається під дією сили пружності

$F_{пр} = -kx$  - сила пружності

$k$  - жорсткість пружини  $\left(\frac{H}{m}\right)$

$x$  - зміщення (м)

За другим законом Ньютона цю силу можна визначити за формулою:

$$F_{пр} = ma \quad ma = -kx$$

$a = -\frac{k}{m}x$  - рівняння коливань пружинного маятника:

прискорення тіла пружинного маятника прямопропорційне зміщенню і протилежно йому напрямлене.

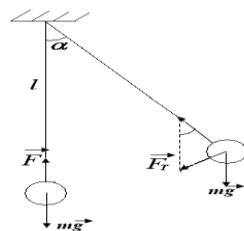
$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad a = -\omega^2 x$$

2. Рівняння руху тіла, яке коливається під дією сили тяжіння.

Математичний маятник – це матеріальна точка, підвішена на довгій невагомій і нерозтяжній нитці.

Маленька кулька масою  $m$ , підвішена на довгій нерозтяжній нитці є моделлю математичного маятника. Рух тіла математичного маятника відбувається під дією сили тяжіння.

$F_T = mg$  - сила тяжіння,  $g = 9,81 \frac{H}{к2}$  - прискорення вільного падіння



$$\frac{F_T}{mg} = -\sin \alpha \quad F_T = -mg \sin \alpha$$

За другим законом Ньютона цю силу можна визначити за формулою:  $F_T = ma_\tau$ ,  $ma_\tau = mg \sin \alpha$ ,  $a_\tau = -g \sin \alpha$

З математики відомо, що при малих кутах відхилення  $\alpha$  в радіанах  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $a_\tau = -g\alpha$

З математики відомо, що довжина дуги визначається за формулою:  $S = \alpha l$ ,  $\alpha = \frac{S}{l}$ ,  $a_\tau = -g \frac{S}{l}$

$l$  - довжина маятника (м)

$a_\tau = -\frac{g}{l} S$  - **рівняння коливань математичного маятника:**

прискорення тіла математичного маятника прямопропорційне зміщенню і протилежно йому напрямлене.

$S$  - зміщення (довжина дуги)

$$\frac{g}{l} = \omega^2 \quad a_\tau = -\omega^2 S$$

### **3. Періоди коливань маятників:**

а) період коливань пружинного маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega^2 = \frac{k}{m} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  - період коливань пружинного маятника

б) період коливань математичного маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega^2 = \frac{g}{l} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  - період коливань математичного маятника

**4. Фізичний маятник** – це будь-яке тверде тіло, що може коливатися відносно горизонтальної осі, яка не проходить через його центр мас.

$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}$  - період коливань фізичного маятника

$a$  - відстань від осі обертання до центра маятника

$I$  - момент інерції тіла відносно осі обертання ( $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ )

**5. Кінетична енергія тіла** – це енергія, яку мають рухомі тіла. Кінетична енергія визначається за формулою:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad m - \text{маса (кг)} \\ v - \text{швидкість (м/с)}$$

**6. Потенціальна енергія тіла** – це енергія, яку мають тіла, що взаємодіють між собою або здатні до взаємодій.

$E_n = mgh$  - потенціальна енергія тіла піднятого над Землею

$m$  - маса (кг)

$g = 9,81 \frac{H}{кг}$  - прискорення вільного падіння,  $h$  - висота (м)

$E_n = \frac{kx^2}{2}$  - потенціальна енергія пружно деформованого тіла

$k$  - жорсткість  $\left(\frac{H}{м}\right)$   $x$  - зміщення (м)

### 7. Перетворення енергії в коливальних рухах

**В механічних коливаннях відбувається** перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки.

**Повна енергія коливальної системи в будь-яких положеннях тіла** дорівнює сумі потенціальної і кінетичної енергій.

$$E = E_n + E_k = mgh + \frac{mv^2}{2} \quad (\text{для математичного маятника})$$

$$E = E_n + E_k = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \quad (\text{для пружинного маятника})$$

**Повна енергія коливальної системи в положенні рівноваги тіла** дорівнює кінетичній енергії, яка є максимальна.

$$E = E_n + E_k = 0 + E_{km} = \frac{mv_m^2}{2} \quad E = \frac{mv_m^2}{2} \quad - \text{ для положення рівноваги}$$

**Повна енергія коливальної системи в крайніх положеннях тіла** дорівнює потенціальній енергії, яка є максимальна.

$$E = E_n + E_k = E_n + 0 = mgh$$

$$E = mgh \quad - \text{ для крайніх положень (математичний маятник)}$$

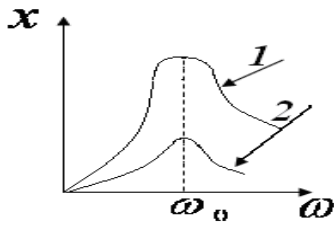
$$E = \frac{kx_m^2}{2} \quad - \text{ для крайніх положень (пружинний маятник)}$$

**8. Затухаючі коливання** - це вільні механічні коливання реальних коливальних систем внаслідок дії в них сил тертя (опору), коли амплітуда коливань з часом зменшується.

При затухаючих коливаннях механічна енергія (кінетична і потенціальна) перетворюється у внутрішню енергію.

**9. Явище резонансу** – це явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань у випадку, коли частота дії зовнішньої сили наближається до частоти власних коливань системи.

Чим менше тертя у коливальній системі, тим більша амплітуда коливань при резонансі.



Залежність зміщення від частоти

1. тертя менше
2. тертя більше

$\omega_0$  - частота власних коливань

**Резонанс корисний:**

- а) використовується в частотомірах;
- б) в радіотехніці (для настроювання на ту чи іншу частоту)

**Резонанс шкідливий:**

- а) приводить до руйнування різних конструкцій:
  - Токамський підвісний міст (США) зруйнувався під дією вітру;
  - 1831. Манчестер. 60 осіб зруйнували міст через річку Ірвель;
  - 1868. В Чатамі зруйнувався міст під час проходження загону британської піхоти;
  - 1850. Анжерський підвісний міст зруйнувався, коли на ньому крокував батальйон французької піхоти чисельністю 500 осіб. При цьому загинуло 26 людей;
  - 80% руйнувань і аварій у машинобудуванні є наслідком резонансу.

**10. Автоколивання** – це незатухаючі коливання, які відбуваються із власною частотою коливальної системи і підтримуються за рахунок джерела енергії, яке входить до складу коливальної системи.

До автоколивальної системи входять такі пристрої:

- а) коливальна система;
- б) джерело енергії;
- в) регулюючий пристрій;
- г) зворотний зв'язок.

**Приклади механічних автоколивальних систем:**

- а) механізм маятникового годинника;
- б) відбійний молоток;
- в) двигун внутрішнього згорання.

# Механічні хвилі та їх властивості. Звук

1. Механічні хвилі – це процес поширення механічних коливань у пружному середовищі з часом.

Механічні хвилі переносять імпульс і енергію, але не переносять з собою речовини.

Характеристики механічних хвиль: період, частота, циклічна частота, амплітуда, фаза коливань.

$$T = \frac{1}{\nu} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \omega = 2\pi\nu \quad \nu = \frac{1}{T}$$

Довжина хвилі ( $\lambda$ ) – це відстань між найближчими точками, які коливаються в однакових фазах.

(це відстань між сусідніми гребенями хвиль).

(це відстань на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює періоду).

Швидкість хвилі ( $v$ ) – це швидкість, з якою поширюється гребінь хвилі.



$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ - швидкість хвилі (через період)}$$

$$v = \lambda\nu \text{ - швидкість хвилі (через частоту)}$$

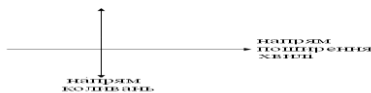
Хвильова поверхня – це поверхня, всі точки якої коливаються в однакових фазах.

Хвильовий фронт – це геометричне місце точок, до яких дійшла хвиля в даний момент часу.

Промінь хвилі – це напрям, перпендикулярний до хвильової поверхні, вздовж якого поширюється хвиля.

## 2. Види механічних хвиль:

а) поперечні хвилі – це хвилі, в яких коливання частинок відбуваються у напрямі, перпендикулярному до напрямку до напрямку поширення хвилі.



Поперечні хвилі можуть поширюватися у твердих тілах, на межі поділу двох рідин, рідини і газу (де є деформації зсуву).

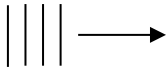
б) повздовжні хвилі – це хвилі, в яких коливання частинок відбуваються вздовж напрямку поширення хвилі.



Повздовжні хвилі можуть поширюватися в газах, рідинах, твердих тілах (де є деформації розтягу і стиску)

Види механічних хвиль в залежності від форми хвильової поверхні:

**а) плоскі хвилі** – це хвилі, для яких хвильові поверхні у формі паралельних площин.



**б) сферичні хвилі** – це хвилі, для яких хвильові поверхні у формі сферичних, концентричних поверхонь.



**3. Інтерференція хвиль** – це процес накладання двох і більше когерентних хвиль, при якому відбувається підсилення і послаблення коливань в різних точках простору.

**Когерентні хвилі** – це хвилі, в яких коливання мають однакову частоту, різницю фаз і коливання відбувається в одній площині.

Умови підсилення і послаблення коливань:

**а) максимум інтерференції** (підсилення коливань) спостерігається в тих точках простору, для яких різниця ходу двох хвиль дорівнює цілому числу довжин хвиль.

$\Delta d$  - різниця ходу

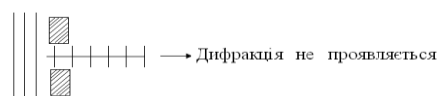
$\Delta d = k\lambda$  - умова max

$k = 0, 1, 2, \dots$

**б) мінімум інтерференції** (послаблення коливань) спостерігається в тих точках простору, для яких різниця ходу двох хвиль дорівнює непарному числу довжин хвиль.

$\Delta d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$  - умова min

**4. Дифракція хвиль** – це явище огинання хвилями перешкод. Дифракція хвиль проявляється для перешкод, розміри яких такі самі або менші за довжину хвилі.





**5. Звукові хвилі** – це механічні хвилі, що поширюються в пружному середовищі, окремі з яких може сприймати людина за допомогою органів слуху.

**Види звукових хвиль:** акустичні, інфразвукові, ультразвукові.

**Акустичні коливання** – це звукові хвилі з частотою коливань 16-20000Гц. **Акустика** – це наука про звук.

**Інфразвук** – це звукові хвилі з частотою коливань менше 16 Гц.

Приклади: землетруси, удари грому виверження вулканів, вібрації масивних верстатів, іншого обладнання, биття серця, коливання кишечника, легенів.

**Ультразвук** – це звукові хвилі з частотою коливань більше 20 000 Гц.

Приклади і застосування:

- а) ультразвук відчувають собаки, кажани, дельфіни;
- б) в медицині (для різання і з'єднання кісток);
- в) ехолот (визначення глибини);
- г) оброблення твердих матеріалів, дефектоскопія, виготовлення емульсій;
- д) пральна машина «Ретона».

### **6. Поширення звукових хвиль в різних середовищах.**

Звук поширюється в газах, рідинах і твердих тілах.

Звукові хвилі є повздовжніми. У твердих тілах можуть виникати і поперечні.

### **Швидкість звуку в різних середовищах різна:**

У повітрі – 330 м/с; (0°C) 343м/с - (20°C)

У воді – 1400 м/с;

В сталі – 5400 м/с (повздовжні); – 3220м/с (поперечні).

В міді – 4560 м/с ( повздовжні); – 2250м/с (поперечні).

В алюмінію – 6320м/с (повздовжні) -3100м/с (поперечні).

Швидкість можна визначити за формулою:

$$v = \frac{l}{t}, \quad l - \text{довжина (м)}, \quad t - \text{час (с)}$$

**Луна** – це явище відбивання звуку від перешкод.

### **7. Характеристики звукових коливань.**

**Музикальний тон** – це звук, який створюється тілом, що гармонічно коливається.

**Шум** – це сукупність звуків, що займають суцільний спектр певного інтервалу частот.

**Висота звуку** визначається його частотою (чим більша частота коливань, тим вищий звук).

**Гучність звуку** визначається амплітудою коливань (чим більша амплітуда коливань, тим гучніший звук).

**Тембр звуку** – це своєрідне забарвлення складного музикального звуку, що залежить від кількості і висоти обертонів та їх відносних амплітуд.

У складному музикальному звуку, крім основного тону, є звуки вищих тонів – обертонів.

**Акустичний резонанс** – це різке зростання амплітуди вимушених коливань тіла у випадку, коли частота власних коливань збігається з частотою звукової хвилі.

**8. Ефект Доплера** – це явище зміни частоти коливань при русі джерела звуку і спостерігача.

При віддаленні джерела звуку від спостерігача з швидкістю  $v$  частота коливань зменшується.

$$v' = \frac{v}{1 + \frac{v}{U}}$$

$v$  - частота коливань для нерухомого джерела звуку і спостерігача

$U$  - швидкість звуку

$v$  - швидкість джерела звуку

При наближенні джерела звуку до спостерігача з швидкістю  $v$  частота коливань збільшується.

$$v' = \frac{v}{1 - \frac{v}{U}}$$

Якщо спостерігач наближається до джерела звуку, то частота коливань збільшується.

$$v' = v \left( 1 + \frac{v}{U} \right)$$

$v$  - швидкість спостерігача

Якщо спостерігач віддаляється від джерела звуку, то частота коливань зменшується.

$$v' = v \left( 1 - \frac{v}{U} \right)$$