

ЛЕКЦІЯ № 2

Тема заняття. Конус. Перерізи конуса.

Мета заняття: формування понять конус, основи і твірні конуса; радіус, висота та вісь конуса; осьовий переріз конуса; вивчення властивостей основ і твірних конуса; формування вмінь студентів знаходити елементи конуса.

Обладнання: моделі циліндрів, конусів.

I. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

1. КОНУС

Якщо прямокутний трикутник SAO обертається навколо катета SO , то його гіпотенуза описує бічну поверхню, а катет OA — круг — основу конуса. Радіус цього круга називається **радіусом конуса**; точка S , відрізок SA , відрізок SO , пряма SO називаються відповідно **вершиною, твірною, висотою і віссю** конуса.

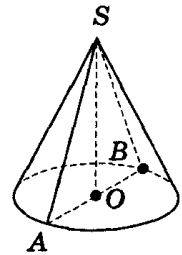


Рис. 125

Осьовий переріз конуса — переріз конуса площиною, яка проходить через його вісь. Всі осьові перерізи конуса являють собою рівнобедрені трикутники, рівні між собою. На рис. 125 $\triangle SAB$ — осьовий переріз ($SA = SB$). Висотою конуса називається перпендикуляр, опущений з його вершини на площину основи. У прямого кругового конуса основа висоти збігається з центром основи. На рис. 125 SO — висота конуса.

Виконання вправ

- Наведіть приклади побутових предметів, які мають форму конуса.
- Радіус основи конуса дорівнює 6 см, висота — 8 см. Знайдіть твірну конуса. (Відповідь. 10 см.)
- Твірна конуса дорівнює l і нахилена до площини основи під кутом α . Знайдіть:
 - висоту конуса;
 - радіус основи конуса;
 - площу основи;
 - площу осьового перерізу;
 - відстань від центра основи конуса до твірної.(Відповідь. а) $l \cdot \sin \alpha$; б) $l \cdot \cos \alpha$; в) $\pi l^2 \cos^2 \alpha$; г) $\frac{1}{2} l^2 \cdot \sin 2\alpha$; д) $\frac{1}{2} l \cdot \sin 2\alpha$.)
- Радіус основи конуса дорівнює 28 см, а твірна довша висоти на 8 см. Знайдіть площу осьового перерізу конуса. (Відповідь. 1260 см^2 .)
- Відношення площі основи конуса до площі осьового перерізу дорівнює π . Знайдіть кут нахилу твірної до основи. (Відповідь. 45° .)

2. ПЕРЕРІЗИ КОНУСА

Проведемо в конусі переріз площиною, яка проходить через дві твірні SA і SB (рис. 127), площина перетне основу конуса по хорді AB ; отже, переріз конуса площиною, яка проходить через

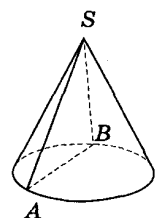


Рис. 127

вершину, — трикутник.

Розв'язування задач

1. Твірна конуса дорівнює l . Знайдіть площу перерізу, проведеного через дві твірні, кут між якими дорівнює α . (Відповідь. $\frac{1}{2}l^2 \sin \alpha$.)
2. Твірна конуса дорівнює l , а радіус основи дорівнює r . Знайдіть площу перерізу, проведеного через вершину конуса і хорду основи, що стягує дугу, кутова величина якої дорівнює α . (Відповідь. $r \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$.)
3. Висота конуса дорівнює H . Знайдіть площу перерізу, що проходить через вершину конуса і хорду основи, яка стягує дугу, кутова величина якої α , якщо площина перерізу утворює з площиною основи конуса кут β .

(Відповідь. $\frac{h^2 \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \beta}$.)

4. Задача № 14 (с. 96).

Теорема

Площина, паралельна площині основи конуса, перетинає конус по колу, а бічну поверхню — по колу з центром на осі конуса.

Д о в е д е н н я

Розглянемо перетворення гомотетії з центром у вершині конуса S , яке суміщає січну площину (рис. 128) з площиною основи. При цьому переріз конуса суміститься з основою конуса. Отже, переріз конуса площиною є круг, а переріз бічної поверхні — коло з центром на осі конуса.

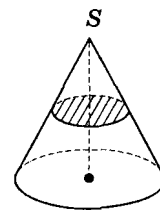


Рис. 128

Розв'язування задач

1. Задача № 15 (с. 96).
2. Задача № 17 (с. 96).

Зрізаний конус

Площина, яка паралельна основі конуса і перетинає конус, відтинає від нього менший конус. Частина, що залишилася, називається зрізаним конусом. Демонструються моделі зрізаних конусів.

Зрізаним конусом, називається частина конуса, що лежить між основою і площиною, паралельною основі.

Круги з центрами в точках O і O_1 називаються його основами (рис. 129), пряма OO_1 — віссю, відрізок OO_1 — висотою зрізаного конуса. **Осьовим перерізом** зрізаного конуса є рівнобічна трапеція

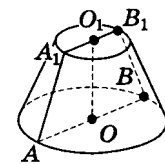


Рис. 129

AA_1B_1B , відрізки AA_1 і BB_1 називаються твірними зрізаного конуса. Зрізаний конус можна розглядати як тіло, утворене обертанням прямокутної трапеції OO_1A_1A навколо прямої OO_1 .

II. Підведення підсумку заняття

Запитання до групи.

- 1) дайте означення прямого кругового конуса.

- 2) Що таке вершина конуса, твірна конуса, основа конуса, бічна поверхня конуса, висота конуса, вісь конуса, осьовий переріз конуса?
- 3) Що є осьовим перерізом конуса?
- 4) Твірна конуса дорівнює l і утворює з висотою кут α (рис. 126). Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:
- висота конуса дорівнює $l \cdot \cos \alpha$;
 - $OA = l \operatorname{tg} \alpha$;
 - площа основи дорівнює $\pi l^2 \cdot \sin^2 \alpha$;
 - площа осьового перерізу конуса дорівнює $\frac{1}{2} l \sin 2\alpha$;
 - відстань від центра основи конуса до твірної дорівнює $\frac{1}{2} l \sin 2\alpha$.
- 7) Що є перерізом конуса площиною, яка паралельна основі?
- 8) Що є перерізом конуса площиною, яка проходить через дві твірні?
- 9) Що таке зрізаний конус?

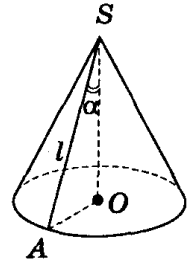


Рис. 126