

ЛЕКЦІЯ №1

Тема заняття: Показникова функція, її графік і властивості.

Мета заняття: Засвоєння студентами поняття показникової функції, її властивостей і графіка.

Обладнання. Таблиця «Показникова функція».

I. Повідомлення теми заняття.

II. Сприймання і усвідомлення нового матеріалу.

▣ Функція виду $y = a^x$, де $a > 0$, $a \neq 1$, називається показниковою (з основою a).

Усне виконання вправ

1. Які із поданих функцій є показниковими:

а) $y = 2^x$; б) $y = x^3$; в) $y = (-5)^x$; г) $y = (\sqrt{3})^x$; д) $y = (0,3)^x$; е) $y = \pi^x$?

Відповідь: а); г); д); е).

2. Наведіть приклади показникових функцій.

Почнемо вивчення показникових функцій з функції $y = 2^x$. Складемо таблицю значень функції:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

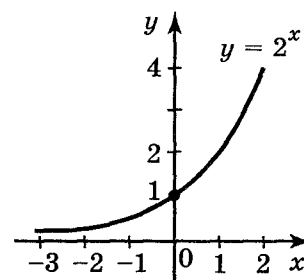


Рис. 142

Побудуємо на координатній площині точки з таблиці і з'єднаємо ці точки плавною лінією. Одержимо графік функції $y = 2^x$ (рис. 142).

Показникова функція $y = 2^x$ має властивості:

1. Область визначення — множина всіх дійсних чисел.
2. Область значень — множина всіх додатних чисел.
3. Функція $y = 2^x$ — зростаюча на множині всіх дійсних чисел.
4. Графік функції перетинає вісь y в точці $(0; 1)$.

Усне виконання вправ

1. Чи є серед значень функції $y = 2^x$:

а) найбільше; б) найменше? *Відповідь:* ні.

2. Порівняйте значення виразів:

а) $2^{\sqrt{3}}$ і $2^{\sqrt{5}}$; б) 2^{-3} і 2^{-4} ; в) $2^{-\sqrt{2}}$ і $2^{-\sqrt{3}}$.

Відповідь: а) $2^{\sqrt{3}} < 2^{\sqrt{5}}$; б) $2^{-3} > 2^{-4}$; в) $2^{-\sqrt{2}} > 2^{-\sqrt{3}}$.

3. Розташуйте числа $2^{\sqrt{2}}$; $2^{\frac{1}{2}}$; $2^{\sqrt{3}}$; $2^{-\pi}$; 2^{π} у порядку зростання.

Відповідь: $2^{-\pi}$; $2^{\frac{1}{2}}$; $2^{\sqrt{2}}$; $2^{\sqrt{3}}$; 2^{π} .

4. Порівняйте x і y , якщо відомо, що вірна нерівність:

а) $2^x > 2^y$; б) $2^x < 2^y$. *Відповідь:* а) $x > y$; б) $x < y$.

5. На рисунку 86 із підручника зображено графіки функцій $y = 2^x$ і $y = 3^x$. Чим відрізняються ці функції? Їхні графіки?

Відповідь: ці функції мають однакові властивості, функція $y = 3^x$ зростає більш швидше (графік цієї функції піднімається вгору більш круто).

Побудуємо графік функції $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, для цього складемо таблицю значень

функції:

Побудуємо на координатній площині точки з таблиці і з'єднаємо ці точки плавною лінією. Одержимо графік функції $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (рис. 143). Сформулюємо

властивості функції

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

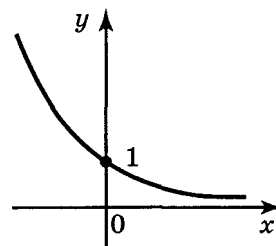


Рис. 143

1. Область визначення — множина всіх дійсних чисел.
2. Область значень — множина всіх додатних чисел.
3. Функція $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ — спадна на множині всіх дійсних чисел.
4. Графік функції перетинає вісь y в точці $(0; 1)$.

Усне виконання вправ

1. Чи є серед всіх значень функції $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$:

а) найменше; б) найбільше? *Відповідь:* ні.

2. Порівняйте значення виразів:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$ і $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ і $\left(\frac{1}{2}\right)^{0,5}$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{7}}$ і $\left(\frac{1}{2}\right)^{0,3}$; г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{6}}$ і $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{8}{7}}$; д) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ і $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi}$.

Відповідь:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{0,5}$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{7}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{0,3}$; г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{6}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{8}{7}}$; д) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi}$.

3. Розташуйте числа $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\sqrt{2}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\sqrt{3}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,5}$ у порядку зростання.

Відповідь: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\sqrt{3}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\sqrt{2}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,5}$.

4. Порівняйте x і y , якщо відомо, що вірна нерівність: а) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^y$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^y$;

Відповідь: а) $x < y$; б) $x > y$.

5. Порівняйте як розташовані графіки функцій $y = 2^x$ і $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, користуючись

рис. 88 із підручника.

Відповідь: графіки розташовані симетрично відносно осі OY .

6. Чим відрізняються властивості і графіки функцій $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ і $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$?

Відповідь: вони мають однакові властивості, функція $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ спадає

більш швидше.

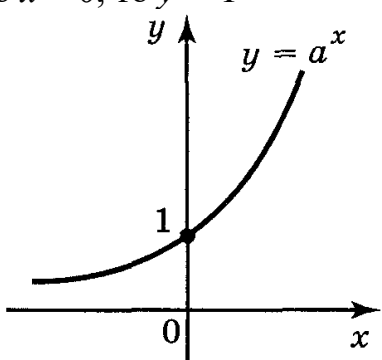
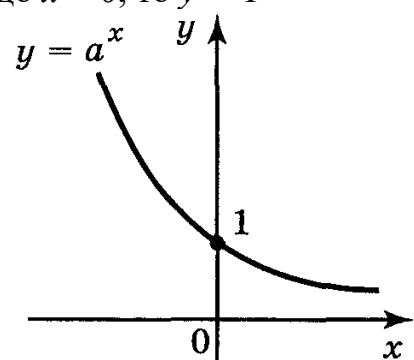
III. Систематизація і осмислення вивченого матеріалу.

Враховуючи вищезазначене, можна зробити висновки.

1. Область визначення показникової функції — множина R дійсних чисел, бо степінь a^x , де $a > 0$, визначений для всіх $x \in R$.
2. Множина значень показникової функції — множина всіх додатних дійсних чисел.
3. Показникова функція $y = a^x$ є зростаючою на множині дійсних чисел, якщо $a > 1$, і спадною, якщо $0 < a < 1$.
4. Якщо $x = 0$, то $y = a^0 = 1$.
5. Якщо $x > 0$, то $y > 1$, якщо $a > 1$, і $y < 1$, якщо $0 < a < 1$.
6. Якщо $x < 0$, то $y < 1$, якщо $a > 1$, і $y > 1$, якщо $0 < a < 1$.
7. Графіком показникової функції є крива, яка називається експонентою.

Властивості показникової функції записати в робочому зошиті у вигляді таблиці 19.

Таблиця 19

Показникова функція $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$	
$a > 1$	$0 < a < 1$
1. $D(y) = R$ 2. $E(y) = (0; +\infty)$ 3. Зростає $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$ 4. Якщо $x = 0$, то $y = 1$ 5. Якщо $x < 0$, то $y < 1$ 6. Якщо $x > 0$, то $y > 1$	1. $D(y) = R$ 2. $E(y) = (0; +\infty)$. 3. Спадає $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$ 4. Якщо $x = 0$, то $y = 1$ 5. Якщо $x < 0$, то $y > 1$ 6. Якщо $x > 0$, то $y < 1$
	

Усне виконання вправ

1. Які з наведених показникових функцій є зростаючими, а які — спадними:

а) $y = \pi^x$; б) $y = (0,5)^x$; в) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$; г) $y = 2^{-x}$.

Відповідь: а) зростаюча; б) спадна; в) зростаюча; г) спадна.

2. Порівняйте значення виразів:

$$\text{а) } \left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{2}} \text{ і } \left(\frac{2}{3}\right)^{1,5}; \text{ б) } \left(\frac{3}{2}\right)^{-\sqrt{2}} \text{ і } \left(\frac{3}{2}\right)^{-\sqrt{3}}.$$

Відповідь: а) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{2}{3}\right)^{1,5}$; б) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{3}{2}\right)^{-\sqrt{3}}$.

3. Порівняйте x і y , якщо відомо, що вірна нерівність:

$$\text{а) } 0,02^x < 0,02^y; \quad \text{б) } \pi^x > \pi^y.$$

Відповідь: а) $x > y$; б) $x < y$.

4. Порівняйте основу $a > 0$ з одиницею, якщо відомо, що вірна нерівність:

$$\text{а) } a^{10} > a^{15}; \quad \text{б) } a^{10} < a^{15}.$$

Відповідь: а) $a > 1$; б) $0 < a < 1$.