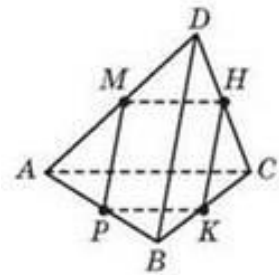
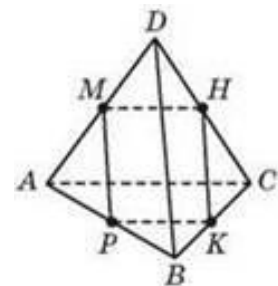


Вправи на розв'язування

1. Задано трикутник ABC і точку S , що не належить його площині. Точки M і N — середини відрізків AC і SC відповідно. Чи перетинаються площини MNB і ABS ? Відповідь обґрунтуйте.
2. Задано трикутник ABC і точку S , що не належить площині трикутника. Точки M і K — середини відрізків BC і AC відповідно. Чи перетинаються площини ASM і BMK ? Відповідь обґрунтуйте.
3. MN — середня лінія трикутника ABC . Точки A , M і N лежать у площині α . Доведіть, що точки B і C лежать у площині α .
4. Вершини A і B і точка O перетину діагоналей паралелограма $ABCD$ лежать у площині α . Доведіть, що точки C і D лежать у площині α .
5. Прямі AC і BD не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі AB і CD не лежать в одній площині.
6. На рисунку точки M , H , K і P — середини відрізків AD , DC , BC і AB відповідно. Знайдіть периметр чотирикутника $MHKP$, якщо $MP = 8$ см, $AC = 32$ см.



7. На рисунку точки M , H і P — середини відрізків AD , DC , AB відповідно, $PK \parallel MH$. Знайдіть периметр чотирикутника $MHKP$, якщо $AC = 8$ см, $BD = 10$ см.



8. Трикутники ABC і DBC не лежать в одній площині. Точки E , F , G є серединами відрізків AC , BC , DB відповідно. Точка H ділить відрізок BC у відношенні $1:3$, починаючи від вершини B . Установіть взаємне розміщення прямих: 1) AH і EF ; 2) AH і GF .
9. Трикутники ABD і ADC не лежать в одній площині. Точки K , M , N є серединами відрізків DB , AD , AC відповідно. Точка L ділить відрізок AD у відношенні $2:1$, починаючи від вершини D . Установіть взаємне розміщення прямих: 1) BL і MK ; 2) BL і MN .
10. $ABCD$ — тетраедр. Точки M і K — середини ребер DC і BC відповідно. Доведіть, що пряма MK паралельна площині ABD .

11. $SABCD$ — піраміда. Точки E і F — середини ребер AB і AD відповідно. Доведіть, що пряма EF паралельна площині BSD .

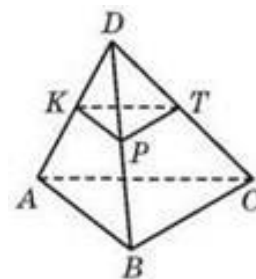
12. Площина α перетинає сторони AB і BC трикутника ABC у точках A_1 і C_1 відповідно. Сторона AC паралельна площині α . Знайдіть довжину сторони BC , якщо $AA_1 : A_1B = 3:2$, а $BC_1 = 15$ см.

13. Площина α перетинає сторони AB і BC трикутника ABC у точках A_1 і C_1 відповідно.

Сторона AC паралельна площині α . Знайдіть відношення $\frac{AA_1}{A_1B}$, якщо $BC = 27$ см, а $BC_1 = 6$ см.

14. Точки M і N не належать площині паралелограма $ABCD$ і розміщені по один бік від неї. Прямі AM і DN паралельні. Доведіть, що площини AMB і DNC паралельні.

15. На рисунку $\angle DAB + \angle AKP = 180^\circ$. $\angle DAC + \angle AKT = 180^\circ$. Доведіть, що площини ABC і KPT паралельні.



16. Площини α і β паралельні. Відрізок AB належить площині α , CD — площині β . Відрізки BC і AD перетинаються в точці O , що лежить між заданими площинами. Знайдіть AO , якщо $AB = 3$ см, $CD = 12$ см, $AD = 20$ см.

17. Площини α і β паралельні. Точка O лежить над цими площинами. Промені OM і OF перетинають площину α в точках A і B відповідно, площину β — у точках C і D відповідно. Знайдіть OB , якщо $AB = 4$ см, $CD = 10$, $BD = 6$ см.

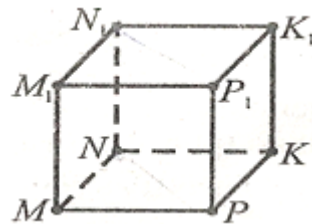
18. Точка M не належить площині квадрата $ABCD$. Точки K і N — середини відрізків MA і MB відповідно. Обґрунтуйте взаємне розміщення:

- прямих KN і BC ;
- прямих KN і DC ;
- прямої KN і площини ADB .

19. Трикутник PBC і трапеція $ABCD$ ($BC \parallel AD$) розміщені у різних площинах. Точки M і N — середини відрізків PB і PC відповідно. Обґрунтуйте взаємне розміщення:

- прямих MN і AB ;
- прямих MN і AD ;
- прямої MN і площини PAD .

20. Користуючись зображенням куба рис, вказати лінію перетину площин (N_1NM) і (P_1N_1N)



21. Точка C не належить площині трапеції $ABDF$ ($AB \parallel FD$). Точки M і N – середини відрізків AC і BC відповідно, KL - середня лінія трапеції. Обґрунтуйте взаємне розміщення прямих:
 а) MN і KL ; б) AC і BD

22. $ABMNA_1B_1M_1N_1$ - куб. Точка P ділить ребро B_1M_1 у відношенні $B_1P:PM_1=2:1$. Побудуйте переріз площиною, яка проходить через точку P і паралельна до площини AA_1B_1 . Обчисліть площу перерізу, якщо ребро куба дорівнює 9 см.

23. Через кінець B відрізка AB проведено площину α . Точка M лежить на відрізку AB . Через точки A і M проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1 і M_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $AA_1 : MM_1 = 3 : 2$, $AM = 6$ см.

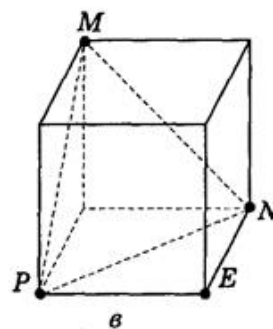
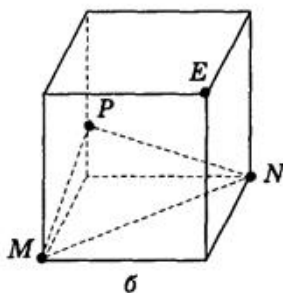
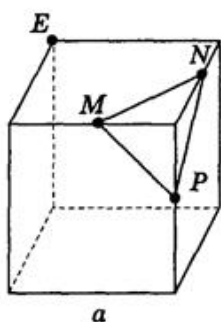
24. Через кінець A відрізка AB проведено площину α . Точка M лежить на відрізку AB . Через точки B і M проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках B_1 і M_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $B_1M_1 : AM_1 = 3 : 2$, $AM = 6$ см.

25. Через кінець A відрізка AB проведено площину α . Точка M лежить на відрізку AB . Через точки B і M проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках B_1 і M_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка AM , якщо $B_1M_1 : AM_1 = 5 : 2$, $AB = 14$ см.

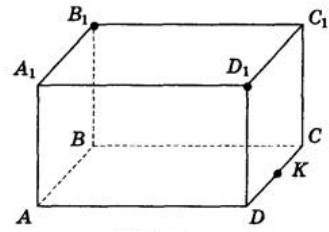
26. $SABC$ – трикутна піраміда. X -довільна точка ребра AS . Побудуйте переріз площиною, яка проходить через точки B і X і паралельна до прямої CS .

27. Через вершини A, B_1 і середину ребра CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведено січну площину. Побудувати цей переріз, визначити вид многокутника і знайти його периметр, якщо ребро куба дорівнює a .

28. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точку E і паралельна площині MNP .



29. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед. Доведіть, що переріз прямокутного паралелепіпеда площиною, яка проходить через точки B_1 , D_1 і K , де точка K — середина ребра CD , є трапеція



30. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед. Доведіть, що переріз його площиною, яка проходить через точки B , K , L , де точка K — середина ребра AA_1 , а точка L — середина ребра CC_1 , є паралелограм.

