

## ЛЕКЦІЯ №3

**Тема заняття.** Об'єм циліндра. Об'єм конуса. Об'єм кулі.

**Мета заняття:** формування знань студентів про об'єм циліндра, а також уміння знаходити об'єми циліндрів. Виведення формули для об'єму конуса; формування уміння знаходити об'єм конуса. Виведення формули для об'єму тіла обертання та кулі; формування вміння знаходити об'єм кулі.

**Обладнання:** моделі циліндра, конуса, кулі.

### I. Перевірка домашнього завдання

Наприкінці уроку збираються учнівські зошити для перевірки виконання домашнього завдання та ведення зошитів.

### III. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

1. Пояснення матеріалу про об'єм циліндра, конуса, кулі провести так, як це зроблено в § 10 ст.264 підручника Олександр Істер «Математика рівень стандарту», 11 клас
2. § 6 п.23 ст.148 А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір "Математика рівень стандарту".

#### 1. Розв'язування задач (Об'єм циліндра)

1. Знайдіть об'єм тіла, утвореного при обертанні квадрата навколо його сторони, яка дорівнює  $a$ . (Відповідь,  $\pi a^3$ .)
2. Осьовий переріз циліндра — квадрат зі стороною  $a$ . Знайдіть об'єм циліндра. (Відповідь.  $\frac{\pi a^3}{4}$ .)
3. Осьовий переріз циліндра — квадрат, діагональ якого дорівнює  $d$ . Знайдіть об'єм циліндра. (Відповідь.  $\frac{\pi d^3 \sqrt{2}}{16}$ .)
4. Знайдіть об'єм циліндра, якщо розгортка його бічної поверхні — квадрат зі стороною  $a$ . (Відповідь.  $\frac{a^3}{4\pi}$ .)
5. Радіус основи циліндра дорівнює  $R$ , площа осьового перерізу —  $S$ . Знайдіть об'єм циліндра. (Відповідь.  $\frac{\pi RS}{2}$ .)
6. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює  $a$  і нахилена до площини основи під кутом  $\alpha$ . Знайдіть об'єм циліндра. (Відповідь.  $\frac{\pi d^3}{4} \cos^2 \alpha \sin \alpha$ .)
7. Діагональ осьового перерізу циліндра утворює з твірною кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм циліндра, якщо радіус основи циліндра дорівнює  $R$ . (Відповідь.  $2\pi R^2 \operatorname{ctg} \alpha$ .)
8. Діагональ осьового перерізу циліндра утворює з основою кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм циліндра, якщо його висота дорівнює  $H$ . (Відповідь.  $\frac{\pi H^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{4}$ .)

#### 2. Розв'язування задач (Об'єм конуса)

1. Висота конуса дорівнює 6 см, твірна — 10 см. Знайдіть об'єм конуса. (Відповідь.  $128\pi \text{ см}^3$ .)
2. Осьовий переріз конуса — прямокутний трикутник із гіпотенузою 12 см.

Знайдіть об'єм конуса. (Відповідь.  $72\pi \text{ см}^3$ .)

3. Осьовий переріз конуса — прямокутний трикутник із катетом 6 см. Знайдіть об'єм конуса. (Відповідь.  $18\sqrt{2}\pi \text{ см}^3$ .)

### 3. Розв'язування задач (Об'єм кулі)

1. Радіус кулі дорівнює 9 см. Знайдіть об'єм кулі. (Відповідь.  $972\pi \text{ см}^3$ .)
2. Радіуси трьох куль дорівнюють 3, 4 і 5 см. Знайдіть радіус кулі, об'єм якої дорівнює сумі об'ємів даних куль. (Відповідь. 6 см.)
3. Відношення об'ємів двох куль дорівнює 8. У скільки раз радіус однієї кулі більший за радіус другої кулі? (Відповідь. У 2 рази.)

## IV. Закріплення та осмислення знань студентів

### 1. Знаходження об'ємів циліндрів

#### Розв'язування задач

1. Алюмінієвий дріт діаметром 4 мм має масу 6,8 кг. Знайдіть довжину дроту (густина алюмінію  $2,6 \text{ г/см}^3$ ). (Відповідь,  $\approx 208 \text{ м}$ .)
2. Яку кількість нафти (в тонах) вміщує циліндрична цистерна діаметром 18 м і висотою 7 м, якщо густина нафти  $0,85 \text{ г/см}^3$ ? (Відповідь.  $\approx 1513 \text{ т}$ .)
3. Знайдіть площу круглої плями на поверхні моря, утвореного кубометром вилитої нафти, якщо товщина плівки 1 мм. (Відповідь.  $10^3 \text{ м}^2$ .)
4. Скільки квадратних метрів паперу в рулоні, висота якого 85 см, а радіуси 45 см і 2 см? Товщина паперу 0,1 мм. (Відповідь.  $\approx 5394 \text{ м}^2$ .)
5. У циліндрі, паралельно його осі, проведено площину. Вона перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом  $\alpha$ . Діагональ утвореного перерізу дорівнює  $d$  і нахилена до основи під кутом  $\beta$ . Знайдіть об'єм циліндра. (Відповідь.  $\frac{\pi d^3 \cos^2 \beta \sin \beta}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$ .)
6. Площа осьового перерізу циліндра дорівнює  $S$ , кут між діагоналлю перерізу і площиною основи дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть об'єм циліндра.

(Відповідь.  $\frac{\pi S}{4} \sqrt{S \operatorname{ctg} \alpha}$ .)

### 2. Знаходження об'єму конуса

#### Розв'язування задач.

3. Із центра основи конуса проведено перпендикуляр до твірної, який утворює з висотою кут  $\rho$ . Знайдіть об'єм конуса, якщо його твірна дорівнює  $l$ .

(Відповідь.  $\frac{\pi l^3}{3} \cos^2 \beta \sin \beta$ .)

4. Хорда основи конуса дорівнює  $a$  і стягує дугу  $\alpha$ . Відрізок, який з'єднує вершину конуса із серединою хорди, нахилений до основи під кутом  $\beta$ .

Знайдіть об'єм конуса. (Відповідь.  $\frac{\pi a^3 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \beta}{24 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$ .)

## VI. Підведення підсумку заняття

### 1) Запитання до групи

- 1) Чому дорівнює об'єм циліндра?

- 2) Запишіть формулу для обчислення об'єму циліндра.
- 3) Радіус циліндра  $R = 5$  см, а висота  $H = 8$  см. Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:
- осьовим перерізом циліндра є прямокутник зі сторонами  $2R$  і  $H$ ;
  - площа основи циліндра дорівнює  $\pi R^2$ ;
  - об'єм циліндра більший  $\pi R^2 H$ ;
  - об'єм циліндра дорівнює  $200\pi$  см<sup>3</sup>.
- 4) Об'єм циліндра дорівнює  $250\pi$  см<sup>3</sup>, а висота — 10 см. Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:
- об'єм циліндра дорівнює добутку площі основи на висоту;
  - площа основи циліндра дорівнює  $25$  см<sup>2</sup>;
  - радіус циліндра дорівнює 10 см;
  - радіус циліндра вдвічі менший від твірної циліндра.
- 1) Чому дорівнює об'єм конуса?
- 2) Запишіть формулу для знаходження об'єму конуса.
- 3) Дано конус, у якого радіус основи  $OA = 8$  см і висота  $SO = 15$  см. Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:
- катети прямокутного трикутника  $SOA$  дорівнюють 17 см і 8 см;
  - осьовим перерізом конуса є прямокутний трикутник із гіпотенузою  $SA = 17$  см;
  - твірна конуса дорівнює 15 см;
  - об'єм конуса дорівнює  $\frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 15$  см<sup>3</sup>.
- 1) Запишіть формулу для знаходження об'єму кулі.
- 2) Знайдіть об'єм кулі, діаметр якої дорівнює 12 см. (Відповідь.  $288\pi$  см<sup>3</sup>.)
- 3) Об'єм кулі дорівнює  $36\pi$  см<sup>3</sup>. Знайдіть радіус кулі. (Відповідь. 3 см.)

## 2. Самостійна робота.

### **Варіант 1**

- Діагональ осьового перерізу циліндра утворює з основою кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм циліндра, якщо радіус основи циліндра дорівнює  $R$ . (5 балів)
- В основі циліндра проведено хорду, яку видно із центра цієї основи під кутом  $\beta$ . Відстань від центра цієї основи до хорди дорівнює  $d$ . Відрізок, який з'єднує центр однієї основи з точкою кола другої основи, утворює з площиною основи кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм циліндра. (7 балів)

### **Варіант 2**

- Діагональ осьового перерізу циліндра утворює з твірною кут  $\alpha$ . Знайдіть об'єм циліндра, якщо його висота дорівнює  $H$ . (5 балів)
- В основі циліндра проведено хорду, яка стягує дугу  $\alpha$ . Відрізок, який з'єднує центр другої основи із серединою цієї хорди, дорівнює  $l$  і утворює з площиною основи кут  $\beta$ . Знайдіть об'єм циліндра. (7 балів)

Відповідь. Варіант 1. 1)  $2\pi R^3 \operatorname{tg} \alpha$ . 2)  $\frac{\pi d^3 \operatorname{tg} \alpha}{\cos^3 \frac{\beta}{2}}$ .

Варіант 2. 1)  $\frac{\pi H^3 \operatorname{tg}^2 \alpha}{4}$ . 2)  $\frac{\pi^3 \cos^2 \beta \sin \beta}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}$ .