ЛЕКЦІЯ № 5

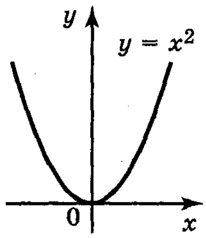
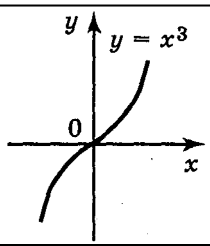
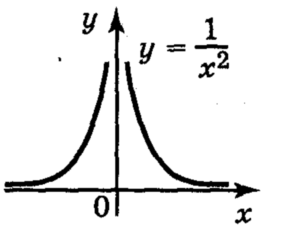
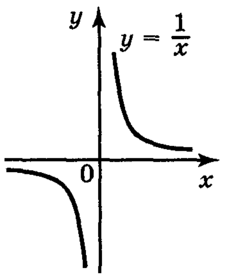
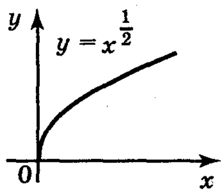
Тема: Степенева функція.

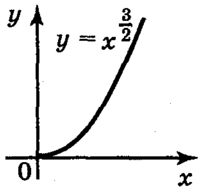
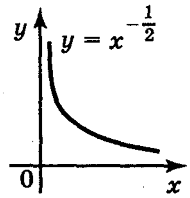
І. Сприймання і усвідомлення матеріалу про степеневу функцію.

Степеневою функцією називається функція виду $y = x^p$, де p — постійне дійсне число, а x (основа) — змінна. Згадаємо властивості степеневих функцій, їхні графіки. Результати наших досліджень будемо записувати в таблицю 18.

Таблиця 18

Функція $y = x^p$

	p	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність (непарність)	Зростання (спадання)
1	2	3	4	5	6	7
1.	$p=2k$, $k \in N$		R	$[0; +\infty)$	парна	спадає, якщо $x \in (-\infty; 0]$, зростає, якщо $x \in [0; +\infty)$
2.	$p=2k+1$ $k \in N$		R	R	непарна	зростає
3.	$p=-(2k)$, $k \in N$		$x \neq 0$	$(0; +\infty)$	парна	зростає, якщо $x \in (-\infty; 0)$; спадає, якщо $x \in (0; +\infty)$
4.	$p=-(2k-1)$ $k \in N$		$x \neq 0$	$y \neq 0$	непарна	спадає на проміж- ках $(-\infty; 0)$, $(0; +\infty)$
5.	$p > 0$, p – не ціле, $0<p<1$		$[0;+\infty)$	$[0;+\infty)$	ні парна, ні непарна	зростає

6.	P>0, *p* – не ціле, p > 1		$[0;+\infty)$	$[0;+\infty)$	ні парна, ні непарна	зростає
7.	*p < 0*, *p* – не ціле		$(0;+\infty)$	$(0;+\infty)$	ні парна, ні непарна	спадає

Коментарі

1. Якщо $p = 2k,\ k \in Z$, то функція $y = x^{2k}$. Якщо $k = 1$, то ця функція має вигляд $y = x^2$. Згадаємо її основні властивості. Функція $y = x^2$:
   - визначена для будь-якого дійсного *x;*
   - додатна при $x \neq 0$ і дорівнює 0 при $x = 0$;
   - приймає всі невід'ємні значення;
   - парна (графік симетричний відносно осі OY);
   - спадає, якщо x є $(-\infty;\ 0]$ і зростає, якщо x є $[0;\ +\infty)$. Такі саме властивості має. функція $y = x^{2k}$ (рис. 80 підручника).
2. Якщо $p = 1$, то функція має вигляд $y = x$ (графік — пряма, що проходить через початок координат і ділить перший і третій координатний кути пополам). Якщо $p = 3$, то ця функція має вигляд $y = x^3$. Функція $y = x^3$:
   - визначена для будь-якого дійсного *x;*
   - додатна при $x > 0$, від'ємна при $x < 0$ і дорівнює 0 при $x = 0$;
   - зростаюча;
   - приймає всі дійсні значення;
   - непарна (графік симетричний відносно початку координат), Такі самі властивості має степенева функція $y = x^{2k+1},\ k \in N$ (рис. 79 підручника).
3. Розглянемо функцію $y = \frac{1}{x^2}$. Ця функція визначена при $x \neq 0$ і приймає всі додатні значення. Функція парна (графік симетричний відносно осі OY). При $x < 0$ функція зростає, а при $x > 0$ — спадає. Такі саме властивості має степенева функція $y = x^{-2k} = \frac{1}{x^2}$, $k \in N$ (рис. 82 підручника).
4. Якщо $p = -1$, то функція має вигляд $y = x^{-1} = \frac{1}{x}$. Ця функція визначена при $x \neq 0$. При $x > 0$ функція $y = \frac{1}{x}$ приймає додатні значення, а при $x < 0$ — від'ємні. При $x > 0$ функція $y = \frac{1}{x}$ спадає, і при $x < 0$ — спадає.

   Такі саме властивості має степенева функція $y = x^{-(2k-1)} = \frac{1}{x^{2k-1}}$, $k \in$ N (рис. 81 підручника).

5-6. Згадаємо властивості функції $y = \sqrt{x}$. Отже, функція $y = \sqrt{x}$:

- визначена при $x > 0$;
- додатна при $x >$ О і дорівнює нулю при $x = 0$;
- зростає на всій області визначення;
- приймає всі невід'ємні значення.

Якщо p — додатне раціональне число, то степенева функція у = x^p визначена при $x \geq 0$ і має такі саме властивості, які функція $y = \sqrt{x}$.

Домашнє завдання.

[1 Істер. О. С.] Розділ1, §6. ст.57-65.