

ЛЕКЦІЯ №1

Тема: Числові функції. Область визначення і множина значень. Способи задання функцій. Графік функції.

Систематизація і узагальнення основних відомостей про числові функції.

Числовою функцією з областю визначення D називається залежність, при якій кожному числу x із множини D ставиться у відповідність по деякому правилу єдине число y із множини E .

Змінна x називається незалежною змінною або аргументом функції, а змінна y — залежною змінною або функцією.

Функцію позначають латинськими буквами $f, g, h...$ (або $f(x), g(x), h(x),...$) або рівностями $y = f(x), y = g(x), y = h(x)...$ Якщо задане конкретне значення незалежної змінної $x = x_0$, то $y_0 = f(x_0)$ називається значенням функції f в точці x_0 .

Область визначення функції позначається $D(f)$ (від англ. *define* — визначити). Множина, яка складається із всіх чисел $f(x)$ таких, що x належить області визначення функції f , називається областю значень функції і позначається $E(f)$ (від англ. *exist* — існувати).

Розглянемо *приклад*. Результати вимірювання температури тіла хворого в залежності від часу подано в таблиці:

| | | | | | | |
|-----------------------------------|----|------|------|------|------|----|
| Час доби x (год) | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 |
| Температура тіла $y=f(x)$ (C°) | 39 | 38,5 | 38,3 | 37,3 | 37,1 | 37 |

Залежність $y = f(x)$ є функцією, x — незалежна змінна, y — залежна змінна.

$$f(9) = 39, f(12) = 38.5, \dots, f(24) = 37.$$

$$D(f) = \{9; 12; 15; 18; 21; 24\}.$$

$$E(f) = \{39; 38,5; 38,3; 37,3; 37,1; 37\}.$$

Функцію можна задати за допомогою таблиці, графіка, формули.

Найчастіше функцію задають формулою, яка дає можливість одержати значення залежної змінної y , підставивши конкретне значення аргументу x .

Наприклад. Якщо кожному значенню x із множини дійсних чисел поставити у відповідність квадрат цього числа, то функцію можна записати у вигляді формули: $y = x^2$ або $f(x) = x^2$.

Областю визначення функції $y = f(x)$, яка задана формулою, називається множина тих значень, які може приймати x , тобто формула має зміст (усі дії, вказані формулою, можна виконати). При знаходженні області визначення слід пам'ятати:

1) Якщо функція є многочленом $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, то $D(y) = (-\infty; +\infty) = R$.

2) Якщо функція має вигляд $y = \frac{f(x)}{g(x)}$, де $f(x)$ і $g(x)$ — многочлени, то слід

вважати $g(x) \neq 0$ (знаменник дроби не дорівнює 0).

3) Якщо функція має вигляд $y = \sqrt{f(x)}$, то слід вважати $f(x) > 0$ (арифметичний квадратний корінь існує тільки з невід'ємних чисел).



Графіком функції $y = f(x)$ називається множина всіх точок площини з координатами $(x; f(x))$, де перша координата «пробігає» всю область визначення функції $y = f(x)$, а друга координата — це відповідні значення функції в точці x .

Виконання вправ

1. Знайдіть значення функції:

а) $f(x) = \frac{x+1}{x}$ у точках 1; -1; 5;

б) $f(x) = \sqrt{x-3}$ у точках 3; 12; 52.

Відповідь: а) $f(1) = 2, f(-1) = 0; f(5) = 1, 2;$

б) $f(3) = 0; f(12) = 3; f(52) = 7$

2. Функцію задано формулою $y = x^2$ на області визначення $D = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Задайте її за допомогою:

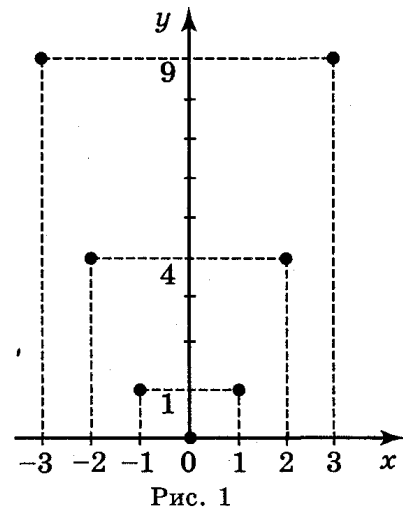
а) таблиці; б) графіка.

Відповідь:

а)

| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 |

б) рис. 1



3. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = x^2 + x^3$; б) $y = \frac{x+2}{x-3}$; в) $y = \frac{x^3+1}{x(x+2)}$; д) $y = \frac{x+6}{x^2-5x+4}$; е) $y = \sqrt{x+6}$.

Відповідь:

а) $D(y) = \mathbb{R}$; б) $D(y) = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$; в) $D(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$;

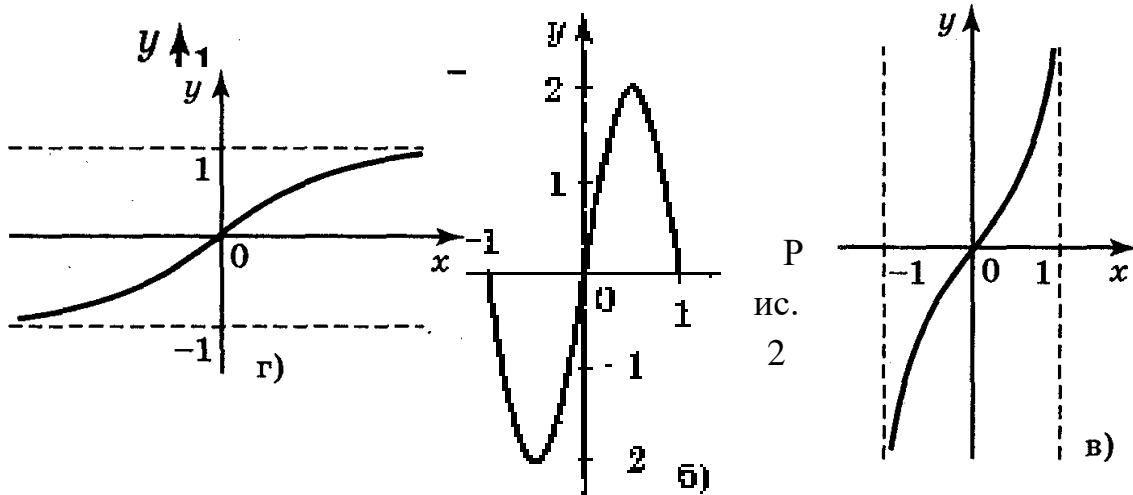
г) $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$; д) $D(y) = (-\infty; 1) \cup (1; 4) \cup (4; +\infty)$;

е) $D(y) = [-6; +\infty)$.

4. Знайдіть область значень функції: а) $y = \sqrt{x^2+4}$; б) $y = \sqrt{x^2+4} - 1$.

Відповідь: а) $E(y) = [2; +\infty)$; б) $E(y) = [1; +\infty)$.

5. Для функцій, графіки яких зображено на рис. 2, вкажіть $D(y)$ і $E(y)$.

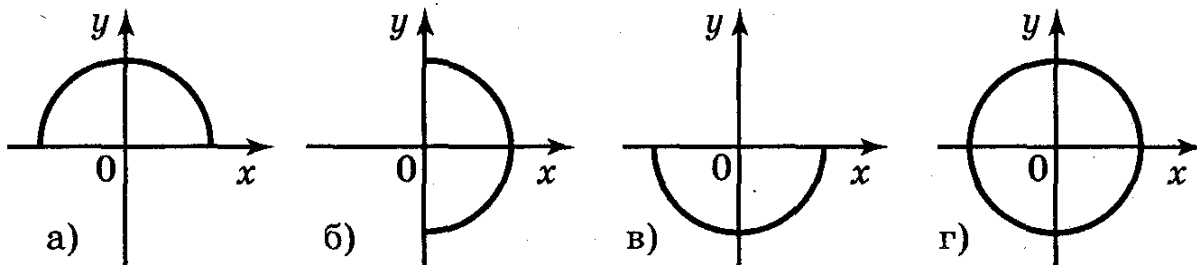


Відповідь:

а) $D(y) = [-1; 1]$; $E(y) = [0; 1]$; б) $D(y) = [-1; 1]$; $E(y) = [-2; 2]$;

в) $D(y) = (-1; 1)$; $E(y) = \mathbb{R}$; г) $D(y) = \mathbb{R}$; $E(y) = (-1; 1)$.

6. Які із ліній, зображених на рисунку 3, є графіком функції? Чому?



Відповідь: а); в).

Домашнє завдання.

1. [Істер. О. С. «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту)» підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти – К.: «Генеза», 2018.]

Розділ 1, §1. ст.6-11.